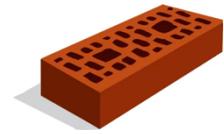


Официальные решения заданий конкурса «Школа Физтеха 2023»

Вариант #1, рекомендован для учеников 5-6 классов

1. Треть кирпича весит 2 кг. Сколько весит целый кирпич?



Решение

Чтобы найти массу кирпича, умножим массу одной его части на количество таких частей:

$$2 \text{ кг} \cdot 3 = 6 \text{ кг}.$$

Ответ: 6 килограмм.

2. Саша и Витя одинакового роста. Рост Вити составляет $\frac{1}{5}$ метра и $\frac{7}{8}$ роста Саши. Какой рост у Саши?



Решение

Условие задачи может означать, что:

1) Рост Вити равен $\frac{1}{5}$ метра и также равен $\frac{7}{8}$ роста Саши. Но тогда Саша и Витя не могут быть одинакового роста, что противоречит условию задачи. Кроме того, Витя явно не может быть ростом $\frac{1}{5}$ метра = 20 см 😊

2) Рост Вити равен $\frac{1}{5}$ метра плюс $\frac{7}{8}$ роста Саши. Так как при этом рост Вити и Саши одинаковый (по условию задачи),

$$\frac{1}{5} \text{ м} + \frac{7}{8}h = \frac{8}{8}h,$$

где h – рост Вити. Тогда

$$\frac{1}{5} \text{ м} = \frac{1}{8}h; \quad h = \frac{1}{5} : \frac{1}{8} = \frac{8}{5} \text{ м} = 1,6 \text{ м}.$$

Значит, рост Саши тоже 1,6 м.

Ответ: 1,6 м.

3. Поезд проехал через платформу со скоростью 10 м/с. Длина поезда в 3 раза больше длины платформы. Время между моментом въезда головы поезда на платформу и моментом выезда хвоста поезда с платформы составило 1,5 мин. Найдите длину поезда.



Решение

- 1) Представим единицы измерения в единой системе: 1,5 мин = 90 с.
- 2) Обозначим длину платформы как x м. Тогда длина поезда равна $3x$ м. По условию задачи, за 90 с голова поезда проехала расстояние, равное длине платформы и длине поезда, то есть $(x + 3x)$ м. С другой стороны, путь, который преодолел поезд за 90 с, равен $90 \cdot 10 = 900$ (м).

Составим уравнение:

$$x + 3x = 900;$$

$$4x = 900;$$

$$x = 900 : 4;$$

$$x = 225 \text{ (м)} - \text{длина платформы.}$$

- 3) $225 \cdot 3 = 675$ (м) – длина поезда.

Ответ: 675 м.

4. Тор – Бог грома и молний. Перед поединком против Таноса он должен привести себя в оптимальную форму. Тор знает, что для здорового питания в ежедневном рационе жиры должны составлять 25%, белки – 35%, а углеводы – остальную часть пищи. Но



ему сложно представить их соотношение наглядно. Нарисуйте круговую диаграмму, которая поможет Тору разобраться в соотношении белков, жиров и углеводов в ежедневном рационе. Обозначьте углы секторов на этой диаграмме.

Решение

- 1) Процент углеводов в дневном рационе равен $100\% - 25\% - 35\% = 40\%$.
- 2) Вычислим углы секторов, которые соответствуют процентам белков, жиров и углеводов в рационе:
 $25\% \text{ от } 360^\circ = 25 : 100 \cdot 360^\circ = 90^\circ - \text{белки};$

$35\% \text{ от } 360^\circ = 35:100 \cdot 360^\circ = 126^\circ$ – жиры;

$360^\circ - 90^\circ - 126^\circ = 144^\circ$ – углеводы.



5. Предположим, что для защиты информации от кражи компания Apple зашифровала её и разделила на 2 части. Дальше на каждом этапе все части делились на 2, а получившиеся части ещё на 2 и так продолжалось некоторое количество раз. Полученные части были спрятаны на разных компьютерах в США, Ирландии и Австралии. Сотрудники компании не записали, на каких именно компьютерах они спрятали файлы. Чтобы расшифровать информацию, специалисты компании вернули 120 частей – по 40 от каждой из стран, а для расшифровки необходимы все части. Сможет ли компания расшифровать информацию, используя только эти 120 частей?

Решение

1-й вариант. Сначала было 2-е части информации, затем $2^2 = 4$ части, затем $2^3 = 8$ частей и так далее. Поэтому количество частей является степенью числа 2. Число 120 не является степенью двойки – значит частей больше, чем 120. По этой причине компания Apple не сможет расшифровать информацию, используя только 120 её частей.

2-й вариант. Так как, по условию задачи, специалисты вернули одинаковое число частей информации из США, Ирландии и Австралии, количество возвращённых частей кратно трём. Число всех частей является степенью числа 2 (смотрите 1-й вариант) – поэтому оно не кратно трём. Поэтому

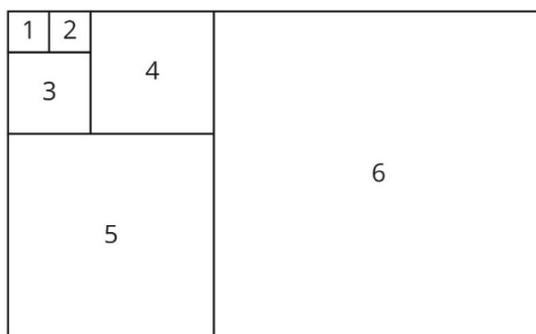
компания не расшифрует информацию, используя только возвращённые её части.

Из этого варианта решения следует, что если из каждой из трёх стран вернули одно и то же количество частей информации, то вне зависимости от этого числа, компания Apple информацию не расшифрует.

3-й вариант. Предположим, что всего частей информации – 120. Тогда на предыдущем этапе частей было в 2 раза меньше, то есть 60. Следовательно, на предыдущих этапах частей было 30, 15, 7,5 и так далее. Но число частей – натуральное число, а 7,5 – нет. Поэтому всего частей не может быть 120. Поэтому компания информацию не расшифрует.

Ответ: не сможет.

6. Чудо-семья построила дом. Комнаты их дома имеют форму квадрата и обозначены на рисунке цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6. Периметр комнаты 1 равен 12 м, а её высота оставляет 5 м. Комната 2 имеет такой же периметр и высоту. Каждая следующая большая по площади комната ниже предыдущей на 0,5 м. В комнате 6 есть дверь размером 1,5x2 м и 6 окон размером 3x2,25 м каждое. Какое минимальное количество рулонов обоев шириной 0,5 м и длиной 9 м нужно купить, чтобы поклеить обои на стены комнаты 6?



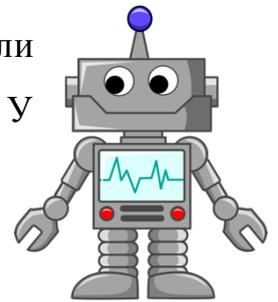
Решение

- $12 : 4 = 3$ (м) – длина каждой стены комнат 1 и 2.
- $3 + 3 = 6$ (м) – длина каждой стены комнаты 3.
- Каждая следующая большая стена состоит из двух стен предыдущих комнат, так что у комнаты 4 длина стены равна 9 м, у комнаты 5 – 15 м, а у комнаты 6 – 24 м.
- $24 \cdot 4 = 96$ (м) – периметр комнаты 6.
- Из условия, что «каждая следующая большая по площади комната ниже предыдущей на 0,5 м» делаем вывод, что высота комнаты 6 составляет 3 метра.

6. $96 \cdot 3 = 288$ (м²) – площадь стен комнаты 6 без учёта дверей и окон.
7. $1,5 \cdot 2 + 6 \cdot 3 \cdot 2,25 = 43,5$ (м²) – площадь, которую занимают окна и двери. Эта площадь не требует поклейки обоев.
8. $9 \cdot 0,5 = 4,5$ (м²) – площадь, которую покрывает один рулон обоев.
9. Из общей площади стен 6 комнаты вычтем площадь дверей и окон, а затем поделим на площадь одного рулона обоев:
 $(288 - 43,5) : 4,5 = 54,3$ (рулона).
- Поэтому нужно 55 рулонов, чтобы поклеить обои на стены комнаты 6.

Ответ: 55 рулонов.

7. На соревнованиях по робототехнике участники команд создавали роботов для скоростной ходьбы. В финал вышли роботы Стив и Дейв. У Стива длина шага была на $\frac{1}{5}$ короче, чем у Дейва, но за время соревнования он успел сделать на $\frac{1}{5}$ шагов больше, чем Дейв. Кто выиграл турнир?



Решение

Обозначим длину шага Дейва как l , а число шагов, которое он сделал за турнир – как n . Тогда длина шага Стива составляет $l - \frac{1}{5}l = \frac{4}{5}l$. По условию задачи, Стив успел сделать на $\frac{1}{5}$ шагов больше, чем Дейв, то есть $n + \frac{1}{5}n = \frac{6}{5}n$. Турнир выиграл тот робот, который преодолевал большее расстояние за одно и то же время.

- $l \cdot n$ – расстояние, которое прошёл Дейв до момента окончания турнира.
- $\frac{4}{5}l \cdot \frac{6}{5}n = \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5}ln = \frac{24}{25}ln$ – расстояние, которое прошёл Стив до момента окончания турнира.
- Сравним расстояния, которые преодолели роботы:

$$l \cdot n = \frac{25}{25}ln > \frac{24}{25}ln.$$

Поэтому Дейв стал победителем турнира. Он прошёл больше, чем Стив, на $\frac{1}{25}ln$.

Ответ: Дейв.

8. Если сложить время, которое проговорил по телефону папа в некоторый день, со временем общения по телефону мамы в этот день и со временем звонков сына, получится 50 мин. Мама проговорила по телефону 15 мин, папа и мама говорили друг с другом 5 мин, мама говорила с сыном 5 мин, папа говорил с сыном 4 мин, а не с сыном – 7 мин. Сколько минут в этот день сын говорил по телефону не с родителями?



Решение

1) Время, которое проговорил по телефону папа, равно

$$П = ПМ + ПС + ПД,$$

где ПМ – время разговоров папы с мамой, ПС – время разговоров папы с сыном, а ПД – время разговоров папы с другими людьми. ПМ = 5 мин, ПС = 4 мин (по условию). ПД = 7 мин – 5 мин = 2 мин, так как папа говорил не с сыном 7 минут, а 5 минут он говорил с мамой.

2) Время общения мамы равно

$$М = МП + МС + МД,$$

где МП – время разговоров мамы с папой, МС – время разговоров мамы с сыном, а МД – время разговоров мамы с другими людьми. МП = ПМ = 5 мин, МС = 5 мин (по условию). МД = М – МП – МС = 15 мин – 5 мин – 5 мин = 5 мин.

3) Время разговоров сына равно

$$С = СП + СМ + СД,$$

где СП – время разговоров сына с папой, СМ – время разговоров сына с мамой, а СД – время разговоров сына с другими людьми. СП = ПС = 5 мин, СМ = МС = 5 мин (по условию).

4) $П + М + С = 50$ мин (по условию задачи). Следовательно,

$$2ПМ + 2ПС + 2МС + ПД + МД + СД = 50 \text{ мин};$$

$$10 \text{ мин} + 8 \text{ мин} + 10 \text{ мин} + 2 \text{ мин} + 5 \text{ мин} + СД = 50 \text{ мин};$$

$$СД = 15 \text{ мин.}$$

Ответ: 15 минут.

9. Рома играет в игру. Он видит 4 сундука, в которых лежат 6, 7, 11 и 19 монет соответственно. За 1 ход Рома должен положить по 1 монете в любые два сундука из этих 4-х. Если через любое число ходов в каждом сундуке окажется одинаковое число монет, Рома выиграет эти монеты. Возможно ли выиграть в эту игру? Если да, то за какое минимальное число ходов?



Решение

- 1) Исходное количество монет в сундуках – $6 + 7 + 11 + 19 = 43$ монеты – нечётное число. Независимо от того, в какой сундук Рома положит монеты на любом ходе игры, он увеличит общее число монет на 2, и оно останется нечётным, так как сумма нечётного и чётного чисел – нечётное число.
- 2) Предположим, Роману удастся сделать так, что в каждом сундуке будет одинаковое количество монет. Обозначим его как X . Тогда в 4-х сундуках монет будет $4X$. Независимо от того, каким натуральным числом будет число X , чётным или нечётным, при его умножении на чётное число 4 в результате будет чётное число.
- 3) Полученное в пункте 2 необходимое условие победы – суммарное количество монет в сундуках – чётное число, является недостижимым для Романа, поскольку в пункте 1 мы показали, что на любом этапе игры Роман будет сохранять в сумме нечётное количество монет в сундуках.

Ответ: в эту игру невозможно выиграть.