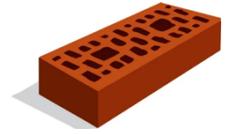


Офіційні розв'язки завдань конкурсу "Школа Фізтеху 2023"

Варіант #1, рекомендований для учнів 5-6 класів

1. Третина цеглини важить 2 кг. Скільки важить ціла цеглина?



Розв'язок

Щоб знайти масу цегли, помножимо масу однієї її частини на кількість таких частин:

$$2 \text{ кг} \cdot 3 = 6 \text{ кг}.$$

Відповідь: 6 кілограмів.

2. Сашко та Вітя однакового зросту. Зріст Віті становить $\frac{1}{5}$ метра та $\frac{7}{8}$ зросту Сашка. Який зріст у Сашка?



Розв'язок

Умова задачі може означати, що:

1) Зріст Віті дорівнює $\frac{1}{5}$ метра і також дорівнює $\frac{7}{8}$ зросту Сашка. Але тоді Сашко і Вітя не можуть бути однакового зросту, що суперечить умові задачі. Крім того, Вітя явно не може бути зростом $\frac{1}{5}$ метра = 20 см 😊

2) Зріст Віті дорівнює $\frac{1}{5}$ метра плюс $\frac{7}{8}$ зросту Сашка. Оскільки при цьому зріст Віті й Саші однаковий (за умовою задачі),

$$\frac{1}{5} \text{ м} + \frac{7}{8}h = \frac{8}{8}h,$$

де h - зріст Віті. Тоді

$$\frac{1}{5} \text{ м} = \frac{1}{8}h; \quad h = \frac{1}{5} : \frac{1}{8} = \frac{8}{5} \text{ м} = 1,6 \text{ м}.$$

Отже, зріст Сашка теж 1,6 м.

Відповідь: 1,6 м.

3. Поїзд проїхав повз платформу зі швидкістю 10 м/с.

Довжина поїзда в 3 рази більша за довжину платформи.



Час між моментом в'їзду голови поїзда на платформу та моментом виїзду хвоста поїзда з платформи становив 1,5 хв. Знайдіть довжину поїзда.

Розв'язок

- 1) Представимо одиниці вимірювання в єдиній системі: $1,5 \text{ хв} = 90 \text{ с}$.
- 2) Позначимо довжину платформи як x м. Тоді довжина поїзда дорівнює $3x$ м. За умовою задачі, за 90 с голова поїзда проїхала відстань, що дорівнює довжині платформи та довжині поїзда, тобто $(x + 3x)$ м. З іншого боку, шлях, який подолав поїзд за 90 с, дорівнює $90 \cdot 10 = 900$ (м).

Складемо рівняння:

$$x + 3x = 900;$$

$$4x = 900;$$

$$x = 900 : 4;$$

$$x = 225 \text{ (м)} - \text{довжина платформи.}$$

- 3) $225 \cdot 3 = 675$ (м) - довжина поїзда.

Відповідь: 675 м.

4. Тор – Бог грому та блискавок. Перед поєдинком проти Таноса він має привести себе в оптимальну форму. Тор знає, що для здорового харчування у щоденному раціоні жири

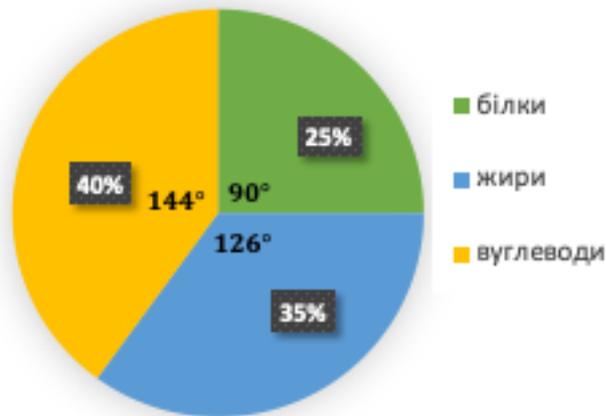


повинні становити 25%, білки – 35%, а вуглеводи – решту їжі. Але йому складно уявити їхнє співвідношення. Намалюйте кругову діаграму, яка допоможе Тору розібратися у співвідношенні білків, жирів та вуглеводів у щоденному раціоні. Позначте кути секторів на цій діаграмі.

Розв'язок

- 1) Відсоток вуглеводів у денному раціоні дорівнює $100\% - 25\% - 35\% = 40\%$.
- 2) Обчислимо кути секторів, які відповідають відсоткам білків, жирів і вуглеводів у раціоні:
 $25\% \text{ от } 360^\circ = 25 : 100 \cdot 360^\circ = 90^\circ$ – білки;
 $35\% \text{ от } 360^\circ = 35 : 100 \cdot 360^\circ = 126^\circ$ – жири;
 $360^\circ - 90^\circ - 126^\circ = 144^\circ$ – вуглеводи.

Співвідношення білків, жирів і вуглеводів у щоденному раціоні



5. Припустимо, що для захисту інформації від крадіжки компанія Apple зашифрувала та розділила дані на 2 частини. Далі на кожному етапі всі частини ділилися на 2, а частини, що вийшли, ще на 2, і так відбувалося кілька разів. Отримані частини були заховані на різних комп'ютерах у США, Ірландії та Австралії. Співробітники компанії не записали, на яких саме комп'ютерах вони сховали файли. Щоб розшифрувати інформацію, фахівці компанії повернули 120 частин – по 40 від кожної країни, а для розшифровки необхідні всі частини. Чи зможе компанія розшифрувати інформацію, використовуючи лише ці 120 частин?

Розв'язок

1-й варіант. Спочатку було 2-і частини інформації, потім $2^2 = 4$ частини, потім $2^3 = 8$ частин і так далі. Тому кількість частин є ступенем числа 2. Число 120 не є ступенем двійки - отже, частин більше, ніж 120. З цієї причини компанія Apple не зможе розшифрувати інформацію, використовуючи лише 120 її частин.

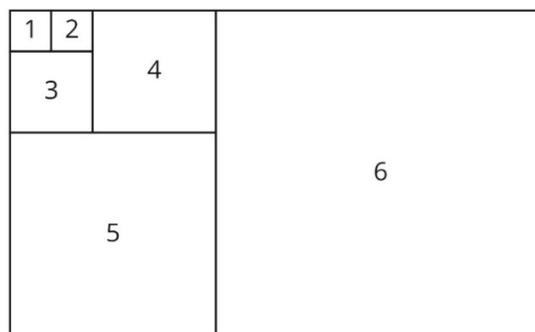
2-й варіант. Оскільки, за умовою задачі, фахівці повернули однакову кількість частин інформації зі США, Ірландії та Австралії, кількість повернутих частин кратна трьом. Число всіх частин є ступенем числа 2 (дивіться 1-й варіант) - тому воно не кратне трьом. Тому компанія не розшифрує інформацію, використовуючи тільки повернуті її частини.

З цього варіанта рішення випливає, що якщо з кожної з трьох країн повернули одну й ту саму кількість частин інформації, то незалежно від цього числа, компанія Apple інформацію не розшифрує.

3-й варіант. Припустимо, що всього частин інформації - 120. Тоді на попередньому етапі частин було у 2 рази менше, тобто 60. Отже, на попередніх етапах частин було 30, 15, 7,5 і так далі. Але число частин - натуральне число, а 7,5 - ні. Тому всього частин не може бути 120. Тому компанія інформацію не розшифрує.

Відповідь: не зможе.

6. Чудо-родина побудувала будинок. Кімнати їхнього будинку мають форму квадрата і позначені на рисунку цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6. Периметр кімнати 1 дорівнює 12 м, а її висота становить 5 м. Кімната 2 має такий самий периметр і висоту. Кожна наступна більша за площею кімната нижча за попередню на 0,5 м. У кімнаті 6 є двері розміром 1,5x2 м і 6 вікон розміром 3x2,25 м кожне. Яку мінімальну кількість рулонів шпалер завширшки 0,5 м та завдовжки 9 м потрібно купити, щоб поклеїти шпалери на стіни кімнати 6?



Розв'язок

1. $12 : 4 = 3$ (м) - довжина кожної стіни кімнат 1 і 2.
2. $3 + 3 = 6$ (м) - довжина кожної стіни кімнати 3.
3. Кожна наступна велика стіна складається з двох стін попередніх кімнат, тож у кімнати 4 довжина стіни дорівнює 9 м, у кімнати 5 - 15 м, а в кімнати 6 - 24 м.
4. $24 \cdot 4 = 96$ (м) - периметр кімнати 6.
5. З умови, що "кожна наступна більша за площею кімната нижча за попередню на 0,5 м" робимо висновок, що висота кімнати 6 становить 3 метри.
6. $96 \cdot 3 = 288$ (м²) - площа стін кімнати 6 без урахування дверей і вікон.

7. $1,5 \cdot 2 + 6 \cdot 3 \cdot 2,25 = 43,5$ (м^2) - площа, яку займають вікна та двері. Ця площа не потребує поклейки шпалер.
8. $9 \cdot 0,5 = 4,5$ (м^2) - площа, яку покриває один рулон шпалер.
9. Із загальної площі стін 6 кімнати віднімемо площу дверей і вікон, а потім поділимо на площу одного рулону шпалер:
 $(288 - 43,5) : 4,5 = 54,3$ (рулону).
- Тому потрібно 55 рулонів, щоб поклеїти шпалери на стіни кімнати 6.

Відповідь: 55 рулонів.

7. На змаганні з робототехніки учасники команд створювали роботів для швидкісної ходьби. У фінал вийшли роботи Стів та Дейв. У Стіва довжина кроку була на $\frac{1}{5}$ коротша, ніж у Дейва, але за час змагання він встиг зробити на $\frac{1}{5}$ кроків більше, ніж Дейв. Хто виграв турнір?



Розв'язок

Позначимо довжину кроку Дейва як l , а число кроків, яке він зробив за турнір – як n . Тоді довжина кроку Стіва становить $l - \frac{1}{5}l = \frac{4}{5}l$. За умовою задачі, Стів встиг зробити на $\frac{1}{5}$ кроків більше, ніж Дейв, тобто $n + \frac{1}{5}n = \frac{6}{5}n$. Турнір виграв той робот, який долав більшу відстань за один і той самий час.

- $l \cdot n$ - відстань, яку пройшов Дейв до моменту закінчення турніру.
- $\frac{4}{5}l \cdot \frac{6}{5}n = \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5}ln = \frac{24}{25}ln$ - відстань, яку пройшов Стів до моменту закінчення турніру.
- Порівняємо відстані, які подолали роботи:

$$l \cdot n = \frac{25}{25}ln > \frac{24}{25}ln.$$

Тому Дейв став переможцем турніру. Він пройшов більше, ніж Стів, на $\frac{1}{25}ln$.

Відповідь: Дейв.

8. Якщо скласти час, який проговорив по телефону тато протягом дня, з часом спілкування по телефону мами в цей день і з часом дзвінків сина, вийде 50 хв. Мама проговорила по телефону 15 хв, тато і мама говорили



один з одним 5 хв, мама говорила із сином 5 хв, тато говорив із сином 4 хв, а не з сином – 7 хв. Скільки хвилин цього дня син говорив по телефону не з батьками?

Розв'язок

1) Час, який проговорив по телефону тато, дорівнює

$$T = T_M + T_C + T_I,$$

де T_M – час розмов тата з мамою, T_C – час розмов тата з сином, а T_I – час розмов тата з іншими людьми. $T_M = 5$ хв, $T_C = 4$ хв (за умовою). $T_I = 7$ хв – 5 хв = 2 хв, оскільки тато говорив не із сином 7 хвилин, а 5 хвилин він говорив із мамою.

2) Час спілкування мами дорівнює

$$M = M_T + M_C + M_I,$$

де M_T – час розмов мами з татом, M_C – час розмов мами з сином, а M_I – час розмов мами з іншими людьми. $M_T = T_M = 5$ хв, $M_C = 5$ хв (за умовою). $M_I = M - M_T - M_C = 15$ хв – 5 хв – 5 хв = 5 хв.

3) Час розмов сина дорівнює

$$C = C_T + C_M + C_I,$$

де C_T – час розмов сина з татом, C_M – час розмов сина з мамою, а C_I – час розмов сина з іншими людьми. $C_T = T_C = 5$ хв, $C_M = M_C = 5$ хв (за умовою).

4) $T + M + C = 50$ хв (за умовою задачі). Отже,

$$2T_M + 2T_C + 2M_C + T_I + M_I + C_I = 50 \text{ хв};$$

$$10 \text{ хв} + 8 \text{ хв} + 10 \text{ хв} + 2 \text{ хв} + 5 \text{ хв} + C_I = 50 \text{ хв};$$

$$C_I = 15 \text{ мин.}$$

Відповідь: 15 хвилин.

9. Рома грає у гру. Він бачить 4 скрині, в яких лежать 6, 7, 11 та 19 монет відповідно. За 1 хід Рома повинен покласти по 1 монеті в будь-які дві скрині з цих 4-х. Якщо після якогось числа ходів у кожній скрині виявиться однакова кількість монет, Рома виграє ці монети. Чи можливо виграти у цю гру? Якщо так, то за яку мінімальну кількість ходів?



Розв'язок

- 1) Початкова кількість монет у скринях – $6 + 7 + 11 + 19 = 43$ монети – непарне число. Незалежно від того, до якої скрині Рома покладе монети на будь-якому ході гри, він збільшить загальну кількість монет на 2, і вона залишиться непарною, оскільки сума непарного і парного чисел - непарне число.
- 2) Припустимо, Роману вдасться зробити так, що в кожній скрині буде однакова кількість монет. Позначимо її як X . Тоді в 4-х скринях монет буде $4X$. Незалежно від того, яким натуральним числом буде число X , парним чи непарним, при його множенні на парне число 4 у результаті буде парне число.
- 3) Отримана в пункті 2 необхідна умова перемоги – сумарна кількість монет у скринях – парне число, є недосяжною для Романа, оскільки в пункті 1 ми показали, що на будь-якому етапі гри Роман зберігатиме в сумі непарну кількість монет у скринях.

Відповідь: у цю гру неможливо виграти.